

## 物理 正解・解答例

1

問1

$$\text{重心 } G \text{ の接線方向の運動方程式} \quad m \frac{dv}{dt} = m g \sin \phi - F$$

$$\text{重心 } G \text{ の動径方向の運動方程式} \quad m \frac{v^2}{a+b} = m g \cos \phi - N$$

$$\text{小球の慣性モーメントは } \frac{2}{5} m a^2 \text{ なので, 小球の回転の運動方程式} \quad \frac{2}{5} m a^2 \frac{d^2(\theta+\phi)}{dt^2} = F a$$

問2

角度は弧度法なので

$$a \theta = b \phi$$

問3

$$\text{小球が離れるときは } N = 0 \text{ で, 動径方向の運動方程式より, } \cos \phi = \frac{v^2}{g(a+b)}$$

$$\text{速度 } v = (a+b) \frac{d\phi}{dt}, \text{ 加速度 } \frac{dv}{dt} = (a+b) \frac{d^2\phi}{dt^2}$$

$$\text{小球の回転の運動方程式より } F = \frac{2}{5} m(a+b) \frac{d^2\phi}{dt^2}$$

$$\text{接線方向の運動方程式 } (a+b) \frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{5}{7} g \sin \phi \text{ に } 2 \frac{d\phi}{dt} \text{ を掛けた,}$$

$$2(a+b) \frac{d\phi}{dt} \frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{10}{7} g \sin \phi \frac{d\phi}{dt} \text{ を } 0 \text{ から } t \text{ まで積分すると, } \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 = \frac{10g}{7(a+b)}(1 - \cos \phi)$$

$$\text{この式を落下速度の平方に代入し, } \cos \phi = \frac{10}{17} \text{ によって, } h = (a+b) \cos \phi = \frac{10}{17}(a+b)$$

問4

$$\text{小球が回転しないので } F = 0 \text{ を接線方向の運動方程式に代入し, } m \frac{dv}{dt} = m g \sin \phi$$

$$\text{問3と同様に } (a+b) \frac{d^2\phi}{dt^2} = g \sin \phi \text{ に } 2 \frac{d\phi}{dt} \text{ を掛けて積分した } \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{(a+b)}(1 - \cos \phi) \text{ を}$$

$$\text{落下速度の平方に代入し } \cos \phi = \frac{2}{3} \text{ によって, } h = (a+b) \cos \phi = \frac{2}{3}(a+b)$$

## 物理 正解・解答例

1

問1

重心 G の接線方向の運動方程式  $m \frac{dv}{dt} = m g \sin \phi - F$

重心 G の動径方向の運動方程式  $m \frac{v^2}{a+b} = m g \cos \phi - N$

小球の慣性モーメントは  $\frac{2}{5} m a^2$  なので、小球の回転の運動方程式  $\frac{2}{5} m a^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = F a$

問2

角度は弧度法なので

$$a \theta = (a+b) \phi$$

問3

小球が離れるときは  $N = 0$  で、動径方向の運動方程式より、 $\cos \phi = \frac{v^2}{g(a+b)}$

問2の解より落下速度  $v = a \frac{d\theta}{dt} = (a+b) \frac{d\phi}{dt}$  , 加速度  $\frac{dv}{dt} = a \frac{d^2 \theta}{dt^2} = (a+b) \frac{d^2 \phi}{dt^2}$

小球の回転の運動方程式より  $F = \frac{2}{5} m(a+b) \frac{d^2 \phi}{dt^2}$

接線方向の運動方程式  $(a+b) \frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{5}{7} g \sin \phi$  に  $2 \frac{d\phi}{dt}$  を掛けた,

$$2(a+b) \frac{d\phi}{dt} \frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{10}{7} g \sin \phi \frac{d\phi}{dt} \text{ を } 0 \text{ から } t \text{ まで積分すると, } \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 = \frac{10g}{7(a+b)} (1 - \cos \phi)$$

この式を落下速度の平方に代入し、 $\cos \phi = \frac{10}{17}$  よって、 $h = (a+b) \cos \phi = \frac{10}{17} (a+b)$

問4

小球が回転しないので  $F = 0$  を接線方向の運動方程式に代入し、 $m \frac{dv}{dt} = m g \sin \phi$

問3と同様に  $(a+b) \frac{d^2 \phi}{dt^2} = g \sin \phi$  に  $2 \frac{d\phi}{dt}$  を掛けて積分した  $\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{(a+b)} (1 - \cos \phi)$  を

落下速度の平方に代入し  $\cos \phi = \frac{2}{3}$  よって、 $h = (a+b) \cos \phi = \frac{2}{3} (a+b)$